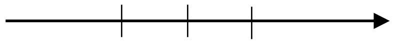
Урок 6

Тема: Повторення опорних фактів планіметрії.

Доброго дня, шановні учні, ви продовжуєте повторювати теми 9-ого класу і сьогодні на уроці ви повинні пригадати основні поняття планіметрії. Але для початку пропоную перевірити домашню роботу.

908. 

B O B′

915. $M'(2;1)$; $N'(-4;3)$.

Теоретична частина

Планіметрія *– розділ геометрії*, у якому вивчаються геометричні фігури на площині (рис. 1.1).

Стереометрія **-** це розділ геометрії, у якому вивчаються фігури в просторі.

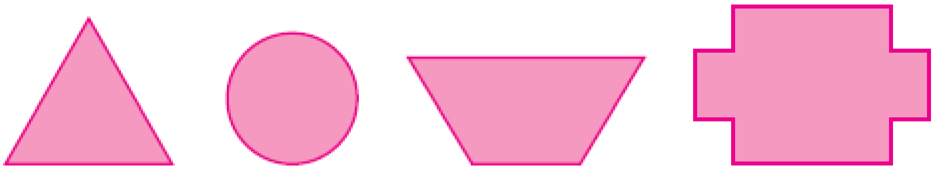


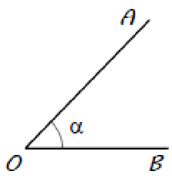
Рис. 1.1

СИСТЕМА ОПОРНИХ ФАКТІВ КУРСУ ПЛАНІМЕТРІЇ

Таблиця 1

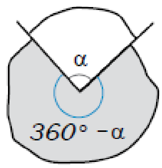
Кути

Поняття кута

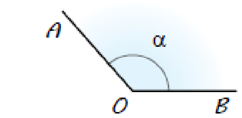


Кут — фігура, що складається з точки — *вершини кута* — і двох променів, які виходять із цієї точки, — *сторін кута*.

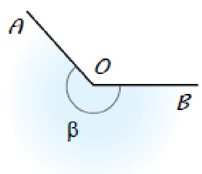
$\angle AOB = \alpha \quad (0° \leqslant \alpha \leqslant 180°)$



Кут (або плоский кут) — частина площини, обмежена двома променями зі спільним початком

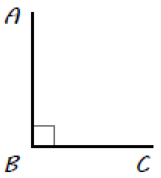
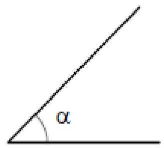
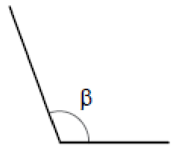


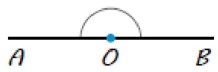
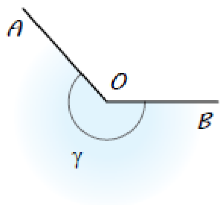
$\angle AOB = \alpha \quad (0° \leqslant \alpha \leqslant 360°)$



$\angle AOB = \beta \quad (0° \leqslant \beta \leqslant 360°)$

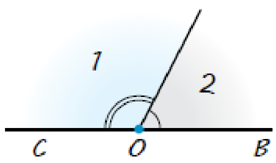
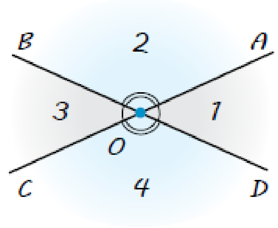
Види кутів

Прямий	Гострий	Тупий
		
$\angle ABC = 90°$	$0° < \alpha < 90°$	$90° < \beta < 180°$

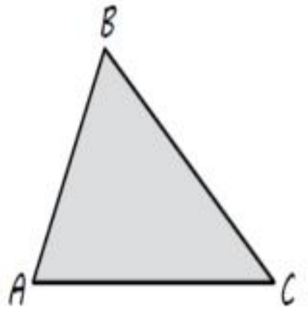
Розгорнутий	Більший за розгорнутий
Сторони розгорнутого кута — доповняльні промені.  $\angle AOB = 180°$	 $180 < \gamma \leqslant 360°$

Продовження табл. 1

Суміжні та вертикальні кути
(розглядаються кути, менші, ніж розгорнутий)

Суміжні кути	Вертикальні кути
	
Сума суміжних кутів дорівнює 180°. $\angle 1$ і $\angle 2$ — суміжні (одна сторона спільна, а дві інші — доповняльні промені); $\angle 1 + \angle 2 = 180°$	Вертикальні кути рівні. $\angle 1$ і $\angle 3$ — вертикальні; $\angle 2$ і $\angle 4$ — вертикальні (сторони одного кута є доповняльними променями сторін другого); $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$

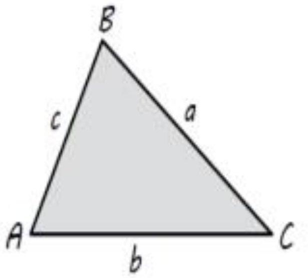
Властивості сторін і кутів трикутника



$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$

Сума кутів трикутника дорівнює 180°.

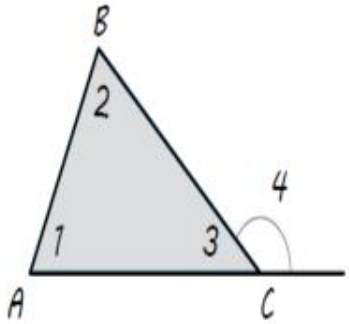
Нерівність трикутника



У довільному трикутнику кожна сторона менша від суми двох інших сторін (і більша за модуль різниці цих сторін)

$$|b-c|<a<b+c$$

Зовнішній кут трикутника



Кут, суміжний із внутрішнім кутом трикутника, називають **зовнішнім кутом трикутника при даній вершині.**

$\angle 4$ — зовнішній (при вершині C).

Властивості

1. Зовнішній кут трикутника дорівнює сумі двох внутрішніх кутів, не суміжних із ним.

$$\angle 4=\angle 1+\angle 2$$

2. Зовнішній кут трикутника більший за будь-який внутрішній кут, не суміжний із ним.

$$\angle 4>\angle 1,\ \angle 4>\angle 2$$

Логічну побудову планіметрії можна описати за такими етапами.

Вибір геометричних понять, які називають основними поняттями (абстрактних фігур).

1. Формулювання основних властивостей для цих геометричних понять за допомогою тверджень, які вважаються істинними без доведень.
2. Побудова інших понять, які означуються через основні поняття та їхні властивості, та тверджень, істинність яких встановлюється шляхом доведень, опираючись на відомі.

Таку побудову науки називають *аксіоматичною.* Її назва походить від слова «аксіома». Це слово грецького походження, що в перекладі українською мовою означає *повага, авторитет, незаперечна істина. Аксіома* - це твердження, яке приймається істинним без доведення. Основні властивості найпростіших геометричних фігур, які вважають істинними без доведення і які є вихідними під час доведення інших властивостей, називають *аксіомами геометрії.*

Для шкільного курсу планіметрії визначено:

1. Основні геометричні фігури (поняття) - *точка, пряма.*

(Точка - найпростіша геометрична фігура. Усі інші геометричні фігури складаються з точок, у тому числі й *пряма.)* Аксіоми планіметрії - це основні властивості найпростіших геометричних фігур.

2. Систему означень планіметричних фігур і теорем, що виражають їхні властивості.

До означуваних понять у геометрії відносять поняття відрізка, променя, трикутника тощо, оскільки для них існують пояснення «що це таке?». Означуваних понять багато. Наведемо приклад.

Практична частина

Приклад №1

Нехай на прямій *a* задано дві різні точки *A* і *B.* Фігуру, що складається з усіх точок прямої *a,* які лежать між точками *A* і В, включаючи точки *A* і В, називають *відрізком* (рис. 1.2). Точки *A* і *B* називаються *кінцями відрізка*, а всі інші точки - *внутрішніми точками* відрізка.

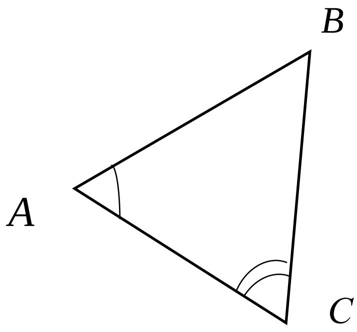
Таким чином відрізок - означуване поняття.

Рис. 1.2

Пропоную розв'язати задачі для закріплення матеріалу:

Приклад №2

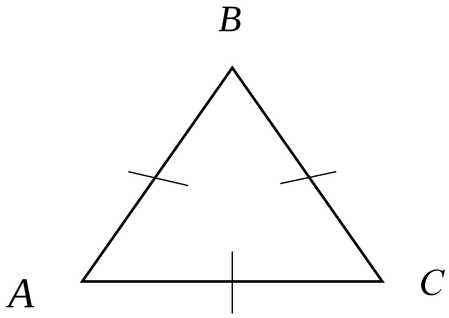
Знайти невідомі кути трикутника:



1) <A=30°, <C=50°

Розв’язання

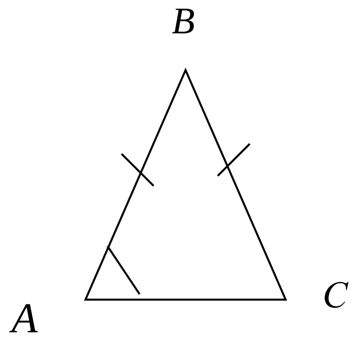
$\angle B = 180° - (30° + 50°) = 100°$



2) $AB = BC = AC$

Розв’язання

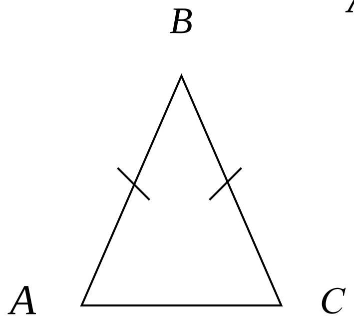
$< A = < B = < C = 180°/3 = 60°$



3) $AB = BC, < A = 40°$

Розв’язання

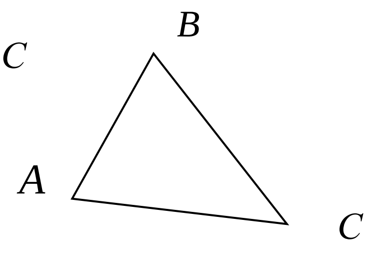
$< B = < A = 40°; < C = 180° - 40° * 2 = 100°$



4) $AB = BC, < B = 80°$

Розв’язання

$< A = < B = (180° - 80)/2 = 50°$



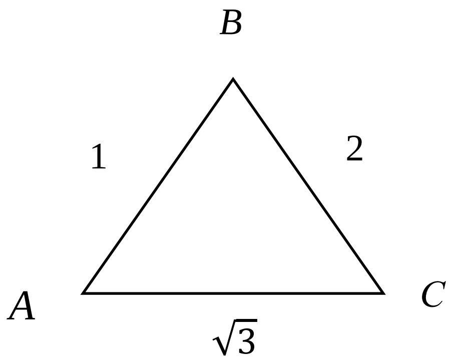
5) $< A : < B : < C = 2 : 3 : 1$

Розв’язання

$2x + 3x + x = 180°; x = 30°; < A = 60°; < B = 90°; < C = 3$

Приклад №3

У трикутнику ABC основа висоти AK лежить на продовженні сторони BC (див. рисунок). AK = 6, KB = $2\sqrt{3}$ Радіус описаного навколо трикутника ABC кола дорівнює $15\sqrt{3}$. Визначте довжину AC



Розв'язання

$\angle$AKB − прямокутний ($\angle K = 90°$).

За теоремою Піфагора:

$AB^2 = AK^2 + KB^2$;

$AB^2 = 6^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 36 + 12 = 48$;

$AB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ (см).

$$\sin\angle ABK = \frac{AK}{AB} = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\angle ABK = \sin\angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

За наслідком теореми синусів у $\triangle$ABC:

$$\frac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$$

$$\frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 \cdot 15\sqrt{3} = 30\sqrt{30}$$

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 30\sqrt{3} = \frac{30\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 15 \cdot 3 = 45(\text{см})$$

Приклад №4

Знайдіть кут B трикутника ABC.

Розв'язання

Відомо всі сторони трикутника, тож знайдемо кут за допомогою теореми косинусів:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos c$$

Складемо рівняння для визначення кута:

$$\left(\sqrt{3}\right)^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos c$$

$$\cos(\angle C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\angle C = 60°$$

Домашнє завдання:

Повторити теореми косинусів і синусів.

Виконати інтерактивну вправу: https://cutt.ly/ZXyOGo6

Пройти контрольне тестування за посиланням: https://cutt.ly/HXyOPNd

Бажаю успіхів! ☺